

## Spielanleitung

### Sudoku

Die Spielregeln von Sudoku sind sehr einfach.

Die Spielfelder sind aufgeteilt in jeweils 4 bzw. 9 Blöcke.

In **jedem Block** und in **jeder Reihe** dürfen die Zahlen 1 bis 4 (Vierer Sudoku) bzw. 1 bis 6 (Sechser Sudoku) oder 1 bis 9 (Neuner Sudoku) jeweils nur einmal vorkommen.

Das gilt auch für

- jede Spalte
- und jede Reihe

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| 3 | 4 | 2 |   |
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| 2 |   | 4 | 3 |
| 4 |   | 1 |   |

Das Bild zeigt das **Vierer Sudoku** nach dem Start mit 4 zu erratenden Zahlen.

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| 3 | 4 | 2 | 1 |
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| 2 | 1 | 4 | 3 |
| 4 | 3 | 1 | 2 |

Das Bild zeigt das **Vierer Sudoku** nachdem die Zahlen eingetragen richtig wurden.

|   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|
| 2 | 1 |   | 3 | 6 | 5 |
|   |   | 6 | 2 | 4 |   |
|   | 6 |   |   | 5 | 2 |
| 4 | 2 |   | 1 |   |   |

Das Bild zeigt das **Sechser Sudoku**

|   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 3 |   | 4 | 1 | 6 | 7 | 9 | 5 | 8 |
|   | 8 | 9 | 3 | 5 |   |   | 7 | 6 |
| 5 | 6 | 7 | 8 | 4 | 9 | 1 | 3 |   |

### Bedienung und Eingabe

Wählen Sie die Anzahl der Zahlen die Sie raten möchten.

4 Zahlen raten

**5 Zahlen raten**


6 Zahlen raten

7 Zahlen raten

8 Zahlen raten

In diesem Beispiel fünf Zahlen.

Klicken Sie nun auf


Neues Spiel 

Alle Felder, die gelb angezeigt werden repräsentieren die Felder, die mit Zahlen ausgefüllt werden müssen.

|   |   |   |   |
|---|---|---|---|
| 3 | 4 | 2 | 1 |
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| 2 | 1 | 4 | 3 |
| 4 | 3 | 1 | 2 |

Klicken Sie auf eines dieser Felder, wird es grün eingefärbt und sie können mittels der Tastatur die Zahl eingeben.

Nachdem Sie alle Zahlen eingetragen haben, klicken Sie auf

Alles richtig? 

Viel Erfolg

## Allgemeines

**Sudoku** oder **Su-Doku** ist ein Zahlenspiel, dessen Ursprung in Japan liegt.  
**Su** heisst **Zahl** und **doku** bedeutet "einzeln".

Sudoku wurde das erste Mal wahrscheinlich um 1970 in New York vom Rätselspezialisten Dell in seinem Magazin

**Mathematische Rätsel und Logische Probleme**  
veröffentlicht.

Das **Sudoku** mit **81** Zahlen, also 9 Blöcke mit jeweils 9 Zahlen wird in vielen Zeitungen abgedruckt und hat heute schon seinen festen Platz neben Kreuzworträtseln.

### Bemerkung:

Das eingangs erwähnte Sudoku mit 81 Zahlen ist schon, wie ich meine, kein Spiel mehr, sondern eine richtige Denksportaufgabe.

### Wichtiger Hinweis:

Das 9'ner Sudoku wurde von mir auf Grundlage einer mathematischen Grundlage programmiert, die alle beschriebenen Konstellationen errechnet.

Quelle: <http://www.wikipedia.de>

Im Zeitschriftenhandel erwerben Sie Sudoku Magazine mit „**eindeutig lösbaren Rätseln**“. Diese benutzen eine Symmetrie um die Lösung sicherzustellen.

Dieses Programm erstellt das 9'ner Sudoku nach der vorgegebenen Mathematik in allen Möglichkeiten ohne Einschränkung auf eine eindeutige Lösung.

## Eine echte Herausforderung für alle Sudoku Fans !!!

### Zum Ablauf

Das Programm ermittelt die Zahlen und speichert diese in internen Daten.

Nachdem Sie die Zahlen eingegeben haben, wird geprüft, ob Ihre Eingaben mit den Daten übereinstimmen.

**Ist das der Fall erhalten Sie eine Erfolgsmeldung mit der benötigten Zeit.**

Sollte das nicht der Fall sein prüft das Programm, ob Ihre Eingabe gemäss der Mathematik, dennoch richtig sind (da keine eindeutige Lösung).

Ist auch dies nicht richtig, werden alle Felder als falsch markiert, die nicht den anfangs ermittelten Daten übereinstimmen.

Das Lösen von Sukokus auf dem Computer, besonders in höherer Schwierigkeitsstufe, ist zeitaufwendig und erfordert oft Stift und Block.

Nutzen Sie dazu das Programm **Sudoku drucken**.

[www.nand.de/kp](http://www.nand.de/kp)

## Mathematik

Die Zahl der möglichen  $9 \times 9$ -Sudokus beträgt nach Berechnung von **Bertram Felgenhauer** (im Jahr 2005) **6.670.903.752.021.072.936.960** (gelesen: Sechs Trilliarden sechshundertsiebzig Trillionen neunhundertunddrei Billiarden siebenhundertzweiundfünfzig Billionen einundzwanzig Milliarden zweiundsiebzig Millionen neunhundertsechszehntausendneunhundertsechzig). Diese Zahl ist gleich  $9! \cdot 72^2 \cdot 2^7 \cdot 27.704.267.971$ ; der letzte Faktor ist eine **Primzahl**. Die Zahl wurde unabhängig davon durch Ed Russell bestätigt. Nach Ed Russell und Frazer Jarvis gibt es **5.472.730.538** Möglichkeiten bei Berücksichtigung von Symmetrien. Die Zahl gültiger  $16 \times 16$ -Sudokus ist unbekannt.

Die maximale Zahl von Vorgaben, die nicht zu einer eindeutigen Lösung führen, ist, unabhängig von der Variante, um vier geringer als die Gesamtzahl der Felder (z.B.  $81 - 4 = 77$  bei der Standardvariante). Wenn von zwei Zahlen jeweils zwei Vorgaben fehlen, die zugehörigen Felder auf den Ecken eines Rechtecks liegen, dessen Ecken paarweise im selben Block liegen und dessen Kanten in der selben Zeile bzw. Spalte liegen, gibt es zwei Möglichkeiten, diese Zahlen einzutragen. Das andere Extrem – die Mindestzahl von Vorgaben, die zu einer eindeutigen Lösung führen – zu bestimmen ist ein ungelöstes Problem. Die Mindestzahl, die bisher für die Standardvariante ohne Symmetrieforderung gefunden wurde, ist 17. Dies haben japanische Rätselenthusiasten herausgefunden. Bei **drehsymmetrischer** Anordnung sind es 18.

## Algorithmisch

Eine Methode zum Lösen eines Sudoku ist die Behandlung als **Schnittmengenproblem**. Aus den vorgegebenen Ziffern lässt sich für jedes Feld eine Menge von Kandidatenziffern bestimmen, die für ein Feld die Schnittmenge aus je drei Mengen ist: Diese sind die **Komplemente** der jeweils in derselben Zeile, Spalte und im selben Quadrat enthaltenen Ziffern zur Menge aller Ziffern (ohne die Null). In einfachen Fällen hat das Rätsel die Eigenschaft, dass mindestens ein Feld eine einelementige Kandidatenmenge besitzt, oder dass ein Element aus einer Kandidatenmenge eines Feldes nicht in den Kandidatenmengen aller anderen Felder derselben Spalte oder Zeile oder desselben Quadrats vorkommt. Dieser Kandidat kann dann fest in das jeweilige Feld eingesetzt werden und die betreffende Ziffer aus den Kandidatenmengen der übrigen Felder in derselben Zeile, Spalte und im selben Quadrat entfernt werden. Dieses Verfahren wird dann solange wiederholt, bis alle Zellen aufgefüllt sind.

- $M = \{1 \dots 9\}$  Ziffern
- $Z_1 \dots Z_9$  Mengen der in je einer Zeile enthaltenen Ziffern
- $S_1 \dots S_9$  Mengen der in je einer Spalte enthaltenen Ziffern
- $Q_{1,1} \dots Q_{3,3}$  Mengen der je in einem Teilquadrat enthaltenen Ziffern

Die Kandidatenmenge  $K_{i,j}$  eines Feldes  $F_{i,j}$  berechnet sich dann in jedem Iterationsschritt wie folgt:

$$K_{i,j} = (M \setminus Z_i) \cap (M \setminus S_j) \cap (M \setminus Q_{\lceil \frac{i}{3} \rceil, \lceil \frac{j}{3} \rceil})$$

Bei den meisten eindeutig lösbaren Rätseln, insbesondere den schwierigen, führt diese Methode allein nicht zur Lösung. In diesen Fällen müssen z. B. Paare oder

Tripel von Kandidaten gemeinsam betrachtet werden, um die Kandidatenmengen in einem ersten Schritt zu verkleinern. Hierbei werden logische Verknüpfungen zwischen mehreren Feldern gesucht, von denen klar ist, dass bestimmte Zahlen in den Feldern dieser Gruppe stehen, wodurch diese Zahlen für die nicht in der Gruppe befindliche als Lösungen ausscheiden (Beispiel:  $\{1, 2\}$   $\{2, 3\}$   $\{3, 1\}$ ; wenn diese Kandidatenmengen z. B. in einer Reihe stehen, ist klar, dass diese Gruppe die Zahlen 1, 2 und 3 enthalten muss, wodurch sie aus allen anderen Kandidatenmengen in dieser Reihe ausscheiden). Alternativ kann, falls in einem **Iterationsschritt** keine einelementige Kandidatenmenge existiert, aus einer der (kleinsten) Kandidatenmengen eine Zahl ausgewählt werden, um eine der mehreren möglichen Lösungen zu erhalten (Versuch-und-Irrtum-Methode). In Lösungsprogrammen wird diese Methode wohl am häufigsten zu finden sein, da es in den meisten Fällen am Ende ökonomischer ist, die **Brute-Force-Methode** einzusetzen, als alle Felder auf Untergruppen zu überprüfen.